**KINEMATIKA HMOTNÉHO BODU** *– přímočaré pohyby*

# Základní pojmy

**Kinematika** je část mechaniky, která popisuje pohyb těles, nezkoumá však příčiny pohybu, neuvažuje síly, které tento pohyb způsobují nebo ovlivňují. Kinematika odpovídá pouze na otázku, *jak se tělesa pohybují*.

**Hmotný bod** je myšlenkový model tělesa; má hmotnost tělesa, ale neuvažujeme rozměry (padající kámen, míč letící přes hřiště)

* nahrazujeme jím těleso, jehož rozměry a tvar jsou zanedbatelné vzhledem k uvažovaným vzdálenostem pohybu
* hmotný bod umísťujeme do těžiště tělesa
* náhradu tělesa nelze použít při popisu rotace tělesa

Těleso je vůči jinému tělesu v klidu, když vzhledem k němu **nemění** svou polohu.

Těleso je vůči jinému tělesu v pohybu, když vzhledem k němu **mění** svou polohu.

Klid nebo pohyb těles nikdy nelze určit jednoznačně ⇒ musí se určit **vztažná soustava**, vzhledem ke které se těleso pohybuje, nebo je v klidu. Za vztažnou soustavu nejčastěji volíme povrch Země nebo tělesa pevně spojená s povrchem Země.

Př.: sedíme-li v jedoucím autě, jsme vůči autu v klidu a vůči Zemi v pohybu.

Klid a pohyb těles je pouze relativní. Absolutní klid neexistuje. Pohyb je základní vlastností všech hmotných objektů.

Definujeme-li čas, je stav hmotného bodu - HB určen čtyřmi rozměry: souřadnice *x*, *y*, *z*, čas *t*.

Polohu HB lze vyjádřit také pomocí *polohového vektoru* ***r*** (jeho počáteční bod leží v počátku soustavy souřadnic a koncový bod v uvažovaném bodě). Velikost polohového vektoru |***r***| se rovná vzdálenosti hmotného bodu od počátku souřadnic *O*. Poloha HB se pak udává velikostí vektoru a směrovými úhly, které svírá s osami souřadnic.



směrové úhly: **  **

Při mechanickém pohybu prochází hmotný bod postupně různými polohami. Souhrn všech poloh, kterými hmotný bod při pohybu prochází, se nazývá **trajektorie** **hmotného bodu**. Je to množina koncových bodů polohového vektoru. Tvar trajektorie závisí na volbě vztažné soustavy. Trajektorie je rovinná nebo prostorová geometrická čára (přímka nebo křivka), kterou HB při pohybu opisuje.

Podle jejího tvaru dělíme pohyby na *1. přímočaré*

 *2. křivočaré*

# Popis pohybu hmotného bodu

K popisu pohybu HB využíváme tři základní kinematické veličiny: *dráhu*, *rychlost* a *zrychlení*.

**Dráha s** je **délka trajektorie**, kterou HB opíše za určitou dobu ⇒ je funkcí času s = s (t). Udává se v metrech [m].

Mění-li HB polohu v závislosti na čase (viz. obrázek):

body A, B, C, D vyjadřují polohu HB;

vyjádříme-li polohu HB polohovým vektorem, vektory *OA*, *OB*, *OC* a *OD* vyjadřují polohu HB.

**Rychlost *v*** je **změna polohy za čas***.* V praxi rozlišujeme rychlost *průměrnou* a rychlost *okamžitou*. Udává se v metrech za sekundu nebo v kilometrech za hodinu [m ⋅ s–1], [km ⋅ h–1].

Okamžitá rychlost ***v*** - je vektor, určený pomocí změny polohového vektoru hmotného bodu.

Přesune-li se HB při pohybu za čas Δ*t* z bodu A do bodu A´, jeho polohový vektor se změní o Δ***r***.

Z obrázku vyplývá, že směr vektoru okamžité rychlosti je tečna k trajektorii pohybu, orientace je ve směru změny polohového vektoru.

Velikost okamžité rychlosti ***v*** je dána podílem velikosti změny polohového vektoru a časového intervalu, po který změna polohy trvala .

Průměrná rychlost *vp*

V praktických úlohách nás mnohdy zajímá především *průměrná rychlost vp*. Je to skalární veličina, která je definována jako podíl dráhy *s*a doby *t*, za kterou HB tuto dráhu urazí .

Velikost okamžité rychlosti lze pak definovat také jako průměrnou rychlost na velmi malém úseku trajektorie pro velmi malý časový interval.

Podle velikosti okamžité rychlosti rozlišujeme pohyb *1. rovnoměrný* (konstantní velikost rychlosti)

 *2. nerovnoměrný* (velikost rychlost se mění)

**Zrychlení *a*** je vektorová veličina, která charakterizuje **změnu rychlosti** HB. Udává se v [m⋅s–2].

Má-li HB v bodě *A* a v čase *t* rychlost ***v*** a v bodě *A´* a čase *t* + Δ*t* rychlost ***v´***, pak se rychlost změní o Δ***v***.

Okamžité zrychlení má směr změny rychlosti Δ***v***.

Velikost okamžitého zrychlení ***a*** je dána vztahem 

U přímočarého pohybu leží vektor zrychlení ***a*** na přímce, po které se hmotný bod pohybuje. Má buď stejný směr jako rychlost **v** (pohyb zrychlený), nebo opačný směr (pohyb zpomalený).

U křivočarého pohybu rozkládáme vektor okamžitého zrychlení ***a*** do dvou na sebe kolmých směrů (tečná a normálová složka).

Vektor ***a****t* se směrem tečny k trajektorii v daném bodě nazýváme **tečné zrychlení**. Velikost tečného zrychlení vyjadřuje změnu velikosti rychlosti. Je-li ***a***t = 0, hmotný bod se pohybuje stálou velikostí rychlosti, jde o pohyb rovnoměrný.

Vektor ***a****n* ve směru normály k trajektorii v daném bodě nazýváme **normálové zrychlení**. Velikost normálového zrychlení vyjadřuje změnu směru rychlosti. Je-li ***a***n = 0, hmotný bod se pohybuje po přímce, jde o pohyb přímočarý.

Vektor **celkové zrychlení** je roven vektorovému součtu obou zrychlení

***a*** = ***a***t + ***a***n

Známe-li velikost tečného a normálového zrychlení, lze velikost celkového zrychlení vypočítat vztahem: 

**Pohyby a jejich zrychlení:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| POHYB | *Tečné zrychlení* | *Normálové zrychlení* | *Celkové zrychlení* |
| Rovnoměrný přímočarý | ***a***t = 0 | ***a***n = 0 | ***a*** = 0 |
| Rovnoměrný křivočarý | ***a***t = 0 | ***a***n ≠ 0 | ***a*** ≠ 0 |
| Nerovnoměrný přímočarý | ***a***t ≠ 0 | ***a***n = 0 | ***a*** ≠ 0 |
| Nerovnoměrný křivočarý | ***a***t ≠ 0 | ***a***n ≠ 0 | ***a*** ≠ 0 |

# Klasifikace přímočarých pohybů

**Rovnoměrný přímočarý pohyb**

je pohyb, při kterém se na celé trajektorii HB nemění velikost ani směr rychlosti, rychlost zůstává konstantní. Tento pohyb je charakterizován zrychlením a = 0 m/s2. Trajektorií je přímka.

Při rovnoměrném přímočarém pohybu se dráha mění přímo úměrně v závislosti na čase. Konstantou úměrnosti je rychlost.

Velikost rychlosti rovnoměrného přímočarého pohybu je daná vztahem , kde *s* je dráha, kterou urazí hmotný bod za dobu *t*. Vztah  platí za předpokladu, že v čase t = 0 s je dráha hmotného bodu *s*0 = 0 m.

Je-li v čase t = 0 s dráha *s*00 m, pak platí pro dráhu rovnoměrného přímočarého pohybu vztah **

graf závislosti rychlosti rovnoměrného přímočarého pohybu na čase

vyšrafovaná plocha je dráha *s*, kterou HB urazil za čas *t*



graf závislosti dráhy rovnoměrného přímočarého pohybu s počáteční dráhou *s*0



v = konst.

**Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb**

je pohyb, při kterém se velikost okamžité rychlosti za stejné časové intervaly zvětšuje/ zmenšuje o stejnou hodnotu. Směr rychlosti se nemění, mění se jen její velikost. Zrychlení ***a*** je nenulové, je rovnoběžné se směrem pohybu. Velikost zrychlení je daná vztahem .

Trajektorií je přímka. Při *zpomaleném* pohybuje orientace zrychlení *proti* směru pohybu,
jeho velikost je vzhledem ke směru pohybu *záporná*.

Rychlost je přímo úměrná času, konstantou úměrnosti je zrychlení.

Velikost okamžité rychlosti hmotného bodu je při nulové počáteční rychlosti přímo úměrná času, platí tedy vztah

Velikost rychlosti HB, který koná rovnoměrně zrychlený/zpomalený pohyb s počáteční rychlostí *v0* a se zrychlením o velikosti *a*, závisí na čase vztahem 

Na horní přímce obrázku je vývoj rychlosti při rovnoměrně zrychleném přímočarém pohybu, na dolní je vývoj rychlosti při rovnoměrně zpomaleném pohybu. Nahoře se velikost rychlosti zvětšuje, dole zmenšuje.

Na obrázku vlevo jsou dva grafy (přímky):

*v*0

- závislost rychlosti na čase při rovnoměrně zrychleném pohybu s nulovou počáteční rychlostí vyjadřuje graf ,



- pro nenulovou počáteční rychlost *v0*

vyjadřuje graf 

Obrázek vpravo znázorňuje graf závislosti rychlosti rovnoměrně zpomaleného pohybu na čase.

Poslední obrázek vpravo znázorňuje opět závislost rychlosti na čase při rovnoměrně zrychleném pohybu s počáteční rychlostí *v0*, tentokrát však i se znázorněním dráhy. Vyšrafovaná plocha ve směru 🡭 je dráha, kterou by HB urazil rovnoměrným přímočarým pohybem s rychlostí *v0*, plocha vyšrafovaná ve směru 🡬 je dráha, kterou urazí HB rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením *a* a nulovou počáteční rychlostí. Součet těchto dvou ploch je celková dráha rovnoměrně zrychleného pohybu se zrychlením *a* a počáteční rychlostí *v0*.

Dráha rovnoměrně zrychleného pohybu s nulovou počáteční rychlostí je přímo úměrná druhé mocnině času: 

Dráha rovnoměrně zrychleného (zpomaleného) pohybu se zrychlením (zpomalením) o velikosti *a* a s počáteční rychlostí o velikosti *v0* se v čase mění dle vztahu



Podobně vyjádříme dráhu hmotného bodu, který měl počáteční dráhu *s0*



 

graf dráhy rovnoměrně zrychleného pohybu se zrychlením *a* a nulovou počáteční rychlostí 

graf dráhy rovnoměrně zpomaleného pohybu; zrychlení ***a*** je orientované proti směru počáteční rychlosti ***v****0*

**Volný pád**

Volný pád je zvláštní případ rovnoměrně zrychleného pohybu s nulovou počáteční rychlostí. Je to pohyb tělesa volně padajícího ve vakuu v blízkosti povrchu Země. Skutečnost, že volný pád je pohyb rovnoměrně zrychlený, prokázal svými pokusy již Galileo Galilei. Zrychlení padajících těles se nazývá **tíhové zrychlení** a označuje se ***g***. Velikost tíhového zrychlení se poněkud mění se zeměpisnou šířkou a nadmořskou výškou. V naší zeměpisné šířce (v nulové nadmořské výšce) má velikost přibližně *g =* 9,81 m.s-2. Dohodou byla stanovena hodnota **normálního tíhového zrychlení** u hladiny moře na 45° severní šířky *gn* = 9,89665 m.s-2. Volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením *g* a s nulovou počáteční rychlostí. Velikost okamžité rychlosti závisí na čase vztahem:

,

přičemž rychlost směřuje svisle dolů. Trajektorie volného pádu je část svislé přímky. Dráha závisí na čase vztahem

.

1. První třetinu dráhy projel vlak rychlostí *90 km/h*, ve druhé třetině musel kvůli práci na trati zpomalit na *15 km/h*, na poslední třetině dráhy mohl zvýšit svou rychlost na *30 km/h*. Jaká byla průměrná rychlost vlaku? 27km/h
2. Ze Svinova vyjel směrem na Hranice v *1045* nákladní vlak, který se pohyboval stálou rychlostí *36 km/h*. V *1115* vyjel za ním rychlík rychlostí *72 km/h*. Kdy a kde dohoní rychlík nákladní vlak? 1145;36km
3. Řidič osobního auta, jehož délka je *4,1 m*, předjíždí kamión délky *17,9 m* jedoucí rychlostí *100 km/h*. Začíná předjíždět *13 m* za kamiónem a zařadí se před něj v okamžiku, kdy je jejich vzájemná vzdálenost *25 m*. Jakou rychlostí musí auto předjíždět, aby tento manévr zvládl během *6 s,* jakou dráhu potřebuje k předjíždění? 136km/h;227m
4. Tramvaj jedoucí rychlostí *36 km/h* přibrzďuje konstantním zrychlením *a = - 0,5 m/s2*. Brždění trvá *10 s* od okamžiku, kdy začala brzdit. Jak dlouhou dráhu během přibrzďování ujede? 75 m
5. Při brždění má automobil záporné zrychlení *5,15 m.s-2*. Za jak dlouho zastaví řidič z počáteční rychlosti *120 km.h-1*? Jakou dráhu k tomu potřebuje? 6,47 s;108 m
6. Rychlík jedoucí rychlostí *120 km.h-1* brzdí se záporným zrychlením *a = - 0,3 m.s-2*. V jaké vzdálenosti musí začít brzdit, má-li ve stanici zastavit? 1,85 km
7. \*Vlak jedoucí rychlostí *90 km/h* zabrzdí na dráze *900 m*. Na jaké dráze zastaví při stejně intenzivním brždění z rychlosti *60 km/h*? 400 m
8. \*Zrychlení automobilu je takové, že počáteční rychlost *18 km/h* *ztrojnásobí* za *5s*. Jaký čas potřebuje na ujetí prvních *150 m*? 10s
9. \*Ocelový váleček je vypuštěn z klidu po nakloněné rovině, na které se pohybuje se stálým zrychlením *0,5 m/s2*. Potom přejde na vodorovnou dráhu. Celkově urazí dráhu *20 m* za *12 s*, ztráty způsobené třením a odporem vzduchu zanedbáváme. Jak dlouho se váleček pohyboval na šikmé dráze? 4s
10. \*Vozidlo projede dráhu *30 m* s konstantním zrychlením za dobu *3 s*. Prvních *15 m* své dráhy přitom ujelo za *1 s*. Určete zrychlení a počáteční rychlost vozu. 17,5m/s;-5m/s2
11. \*Vozidlo se na přímé dráze rozjíždí z klidu s konstantním zrychlením. Po ujetí dráhy *180 m* dosáhne rychlosti *20 m/s*. Jak dlouho mu trvá, než na uvedené dráze ujede posledních *55 m*? 3s
12. \*\*Vypočítejte počáteční rychlost a zrychlení cyklisty, který v *páté sekundě* ujede *12 m* a v *desáté sekundě* ujede dráhu *16 m*? 8,4m/s;0,8m/s2
13. \*Ze vzdálenosti 800 m vyjedou současně proti sobě dvě vozidla. První z nich jede počáteční rychlostí *5 m/s* se zrychlením *0,5 m.s-2*. Druhé má počáteční rychlost *10 m/s*, zrychlení *2 m.s-2*. Určete čas a místo setkání vozidel. 20s;200m;600m
14. Rovnoměrným pohybem po přímé trajektorii by cyklista projel závodní dráhu za *8 min* při rychlosti *36 km/h*. Za jakou dobu by tuto dráhu urazilo rovnoměrně zrychleným pohybem auto, které rychlosti *36 km/h* dosáhne z klidu za čas *100 s*? 310s
15. Střela vnikla do dřeva do hloubky *15 cm*. Jaká byla její rychlost při dopadu na povrch dřeva, jestliže pohyb střely v dřevěné přepážce trval *0,001 s*? Pohyb v dřevě pokládejte za rovnoměrně zpomalený. 300m/s
16. Určete tíhové zrychlení na Měsíci, kde volný pád z výšky *3,2 m* trvá *2 s*. 1,6m.s-2
17. \*Dvě tělesa padají z různých vzdáleností od povrchu Země, ale na zem dopadnou současně. První těleso padá *2 s*, druhé *1 s*. V jaké vzdálenosti od země je první těleso v okamžiku, kdy druhé začne padat? 15m
18. \*Volně padající těleso dosáhne v bodě A své dráhy rychlosti *40 m/s*, v níže položeném bodě B je jeho rychlost *60 m/s*. Určete vzdálenost bodů A a B a čas, za který těleso urazilo dráhu mezi body A, a B. 100m;2s